МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

ОДОБРЕНО:
Руководитель ОП
_____ А.С. Зинченко
(подпись)
«25» февраля 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика; Информатика и VR-технологии

Шуя

1. Цели освоения дисциплины.

Целью освоения дисциплины «Численные методы» является формирование готовности обучающихся к решению основных задач профессиональной деятельности в предметной области вычислительной математики.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Численные методы» является обязательной для изучения; относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока дисциплин Б1, входит в предметно-методический модуль.

Успешное освоение данной дисциплины будет способствовать готовности обучающихся к освоению дисциплин «Математическая логика и теория алгоритмов», производственная и преддипломная практика.

Студент, приступающий к изучению данной дисциплины, должен:

Знать:

- особенности системного и критического мышления;
- логические формы и процедуры;
- основы современных технологий сбора, обработки и представления информации;
- научные основы преподаваемого предмета, его историю и место в мировой культуре и науке (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине);
- модели оценки компетенций учителей с использованием единых федеральных оценочных материалов;
- критерии высокого уровня профессиональной компетенции.

Уметь:

- анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения;
- получать, обрабатывать и анализировать информацию из различных источников;
- анализировать ранее сложившиеся в науке оценки информации;
- аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации;
- использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации;
- читать и представлять статистические данные в различных видах (таблицы, диаграммы, графики);
- осуществлять корректный подбор методов анализа, проводить обработку данных исследования и правильную интерпретацию результатов;

Владеть:

- навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений;
- навыками определения практических последствий предложенного решения задач;
- технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода.
- способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования информационной среды;
- высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности; научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине).

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3.1. Компетенции, формированию которых способствует данная дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) универсальные компетенции (УК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения. УК-1.4. Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации. УК-1.5. Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений. УК-1.6. Аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.7. Определяет практические последствия предложенного решения задачи.

б) общепрофессиональные компетенции (ОПК) и индикаторы их достижения:

–

в) профессиональные компетенции (ПК) и индикаторы их достижения:

Код и наименование профессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ опыта)
Тип задач профессиональной деятельности: педагогический		
ПК-4. Способен выделять	ПК-4.1. Выделяет и анализирует еди-	01.001 «Педагог

структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций	ницы различных уровней знаковой математической структуры в единстве их содержания, формы и функций. ПК-4.2. Выделяет и анализирует закономерности и явления информатики как науки в их структурном и функциональном единстве с информационно-коммуникационными технологиями. ПК-4.3. Знает и умеет анализировать аксиомы, определения и математические доказательства в единстве с прикладными аспектами использования.	(педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»

3.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

– особенности системного и критического мышления; логические формы и процедуры; основы современных технологий сбора, обработки и представления информации (УК-1 (индикаторы – 1,2,3,4,5,6,7));

– различные элементы знаковых систем предметной области «Математика и информатика» их связи и использование в науке и образовании; основы формирования и функционирования математических систем; основные закономерности, типичные явления математических объектов и процессов; основные положения и правила математики; основные понятия и термины, связанные с алгоритмизацией и программированием; классификацию, характеристики и учебные функции математических задач (ПК-4 (индексы – 1,2,3)).

Уметь:

– анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения; получать, обрабатывать и анализировать информацию из различных источников; анализировать ранее сложившиеся в науке оценки информации; аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации; использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; читать и представлять статистические данные в различных видах (таблицы, диаграммы, графики); осуществлять корректный подбор методов анализа, проводить обработку данных исследования и правильную интерпретацию результатов; использовать программную поддержку курса и оценивать ее методическую целесообразность (УК-1 (индикаторы – 1,2,3,4,5,6,7);

– опознавать изученные математические понятия и структуры, определять их характеристики с точки зрения области применения и функционирования; выделять и систематизировать разные виды знаков и символов в записи и соотносить их со смысловым содержанием применительно к предметной области «Математика и информатика»; использовать различного рода прикладные программы и языки программирования для решения учебных задач; анализировать и характеризовать готовый программный продукт в

контексте решения учебных задач; выявлять в конкретной решенной задаче ошибки и недочеты, определять их природу (ПК-4 (индексы – 1,2,3)).

Владеть:

– навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений; навыками определения практических последствий предложенного решения задач; технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода (УК-1 (индикаторы – 1,2,3,4,5,6,7);

– методикой проведения всех видов математических доказательств и рассуждений; базовыми понятиями и терминами в области математики и информатики; технологиями алгоритмизации и программирования; методами математического моделирования и организации вычислительного эксперимента (ПК-4 (индексы – 1,2,3)).

4. Объём и содержание дисциплины

Очная форма обучения

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы (81 час.)

Контактная работа 33,25 час.

Самостоятельная работа 47,75 час.

Практическая подготовка 30 час.

Вид учебных занятий и формы промежуточной аттестации	8 сем.	
	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося
Лекции	10,5	47,75
Практические	22,5	
Зачет с оценкой	0,25	-
Всего	33,25	47,75

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и объемом учебных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и объем (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа обучающегося	
				Лаб.	Пр.		
1.	Численные методы нахождения корней алгебраических уравнений	8	1,5	-	3	4,5	
2.	Численные методы поиска	8		-	3	4,5	

	экстремумов функций						
3.	Численное интегрирование.	8	1,5	-	3	4,5	
4.	Численное дифференцирование функций	8	1,5	-	3	4,5	
5.	Численные методы интерполяции и аппроксимации функций	8	1,5	-	3	6	Контрольная работа 1
6.	Численные методы решения систем алгебраических уравнений	8	1,5	-	1,5	6	
7.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	8	1,5	-	1,5	6	
8.	Численные методы поиска экстремумов функций нескольких переменных	8	-	-	3	6	
9.	Задачи линейного программирования	8	1,5		1,5	5,75	Контрольная работа 2
ИТОГО			**10,5**	-	**22,5**	**47,75**	**Зачет с оценкой**

4.2. Развернутое описание содержания учебного материала по разделам (темам)

Тема 1. Численные методы нахождения корней алгебраических уравнений.

Метод деления отрезка пополам. Метод золотого сечения. Метод секущих. Метод Ньютона. Реализация методов в MS Excel.

Тема 2. Численные методы поиска экстремумов функций.

Аналитический метод поиска экстремумов функций. Метод деления отрезка пополам. Метод Ньютона. Реализация методов в MS Excel.

Тема 3. Численное интегрирование.

Постановка задачи. Принципы построения квадратурных формул. Метод прямоугольников с правыми, левыми и центральными ординатами. Метод трапеций. Метод Симпсона. Погрешности численных методов интегрирования. Реализация методов в MS Excel.

Тема 4. Численное дифференцирование функций.

Геометрический смысл производной функции одной переменной. Методы численного дифференцирования функций. Реализация методов в MS Excel.

Тема 5. Численные методы интерполяции функций.

Постановка задачи. Конечные разности. Интерполяционный полином Лагранжа. Интерполяционный полином Ньютона. Погрешность методов. Реализация методов в MS Excel.

Тема 5. Численные метода аппроксимации функций.

Постановка задачи аппроксимации. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация алгебраическими полиномами. Реализация методов в MS Excel.

Тема 6. Численные методы решения систем алгебраических уравнений.

Аналитические и численные методы решения систем линейных уравнений. Численные методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Реализация методов в MS Excel.

Тема 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Постановка задачи. Метод Эйлера. Модификации метода Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Реализация методов в MS Excel.

Тема 8. Численные методы поиска экстремумов функций нескольких переменных.

Постановка задачи. Аналитический метод поиска экстремумов функций двух и трех переменных. Условный экстремум. Метод покоординатного спуска. Градиентный метод. Реализация методов в MS Excel.

Тема 9. Задачи линейного программирования.

Постановка задачи. Графический метод оптимизации. Симплекс метод. Транспортная задача. Надстройка «Поиск решения» в MS Excel.

5. Образовательные технологии, в том числе перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Реализация дисциплины «Численные методы» в учебном процессе предусматривает использование следующих образовательных технологий, методов и форм обучения: рейтинговая система оценивания достижений; проблемное обучение; групповая работа.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: мультимедиа технологии (интерактивная доска, мультимедийный проектор); технологии визуализации (электронные таблицы MicrosoftOfficeExcel).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине «Численные методы» осуществляется в следующих формах: выполнение практико-ориентированных заданий для самостоятельной работы, конспектирование определенных разделов дисциплины, изучение доказательств некоторых теорем математического анализа. Организация самостоятельной работы по дисциплине «Численные методы» направлена на формирование наиболее профессионально значимых компонент формируемых компетенций. Учебный материал для самостоятельной работы предлагается студентам в виде заданий для осуществления целеполагания, сбора необходимой информации, ее анализа с различных точек зрения, выдвижения гипотез и их проверки, формулировки выводов. Содержание заданий разрабатывается на основе применяемых технологий обучения. Основу каждого задания составляет предметная область в рамках содержания учебной дисциплины.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в приложении 1 к настоящей программе. Доступ к методическим материалам осуществляется через сайт Шуйского филиала ИвГУ, в том числе через ЭБС Шуйского филиала ИвГУ на платформе «Руконт».

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Оценочным средством текущего контроля успеваемости по дисциплине является контрольная работа, которая проводится в письменной форме. Контрольные работы

оцениваются в соответствии с правилами рейтинговой системы оценки результатов обучения, утверждаемой в установленном порядке.

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими оценить базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

1. Каждое правильно выполненное задание оценивается своим рейтинговым индексом.
2. Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня должен быть не менее 10.
3. Если обучающийся набирает количество баллов ниже порогового, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими оценить сформированность отдельных компонент или компетенций в целом.

Критерии оценки:

1. Дополнительно к заданиям, суммарный рейтинговый балл которых определяет пороговое значение уровня, для достижения базового уровня необходимо выполнить задания, так чтобы сумма баллов стала не менее 15.
2. Если обучающийся набирает количество баллов меньше указанного, то проверяемые компетенции считаются сформированными на пороговом уровне.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать компетенции в целом.

Критерии оценки:

1. Для того, чтобы признать сформированность закрепленных за дисциплиной компетенций на повышенном уровне необходимо набрать не менее 21 балла.
2. Если обучающийся дополнительно к баллам базового уровня набирает количество баллов ниже 21, то проверяемые компетенции считаются сформированными на базовом уровне.

Промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине «Численные методы» осуществляется в виде зачёта с оценкой.

В качестве оценочного средства промежуточного контроля успеваемости обучающихся по учебной дисциплине «Численные методы» используются разноуровневые задачи и задания, разрабатываемые в соответствии с правилами рейтинговой системы оценивания результатов обучения. Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине – зачет с оценкой. Форма проведения зачета с оценкой– смешанная.

Текущий контроль по дисциплине осуществляется в форме контрольных работ, типовые задания которых приведены в приложении 1 к рабочей программе. Распределение семестровых рейтинговых баллов, обучающихся осуществляется в соответствии со следующей таблицей:

Посещаемость учебных занятий	до 10 баллов
Активность на учебных занятиях	до 15 баллов
Текущий контроль 1	до 25 баллов
Текущий контроль 2	до 25 баллов
Выполнение заданий самостоятельной работы	до 15 баллов
Выполнение индивидуальных заданий	до 10 баллов

На этапе промежуточной аттестации обучающемуся предлагаются разноуровневые задачи и задания, каждая из которых имеет индивидуальный индекс, выраженный в баллах. Максимальное количество баллов, которое обучающийся может получить на зачете с оценкой составляет – 30, распределение которых осуществляется в соответствии со следующей таблицей:

Задачи и задания репродуктивного уровня	до 10 баллов
Задачи и задания реконструктивного уровня	до 20 баллов

Типовые задачи промежуточного контроля, входят в состав фонда оценочных средств по дисциплине и представлены в приложении 2 к рабочей программе.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на зачёте с оценкой.

Оценка на зачёте с оценкой выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Численные методы» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Учебная и учебно-методическая литература:

- основная литература:

1. Балабко, Л. В. Численные методы : учебное пособие / Л. В. Балабко, А. В. Томилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. – Архангельск : САФУ, 2014. – 163 с.: схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331
2. Корнеев, П. К. Численные методы : учебное пособие / П. К. Корнеев, Е. О. Тарасенко, А. В. Гладков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет». – Ставрополь : СКФУ, 2017. – Часть 1. – 145 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=563066
3. Численные методы : учебное пособие / П. К. Корнеев, Е. О. Тарасенко, А. В. Гладков, М. А. Дерябин ; Министерство науки и высшего образования РФ, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет». – Ставрополь : СКФУ, 2018. – Часть 2. – 107 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=562830

- дополнительная литература:

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд. ; перераб. и доп. - Москва : БИНОМ. Лаборатория Базовых Знаний, 2004. - 640 с.

2. Гавришина, О. Н. Численные методы : учебное пособие / О. Н. Гавришина, Ю. Н. Захаров, Л. Н. Фомина. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. – 238 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232352
3. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов, К. Р. Хабибуллина ; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». – Казань : Издательство КНИТУ, 2018. – 92 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500887
4. Костомаров, Д. П. Вводные лекции по численным методам : учебное пособие / Д. П. Костомаров, А.П. Фаворский. – Москва : Логос, 2006. – 184 с. – (Классический Университетский Учебник). – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89794
5. Лапчик, М. П. Численные методы : учебное пособие / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер. - 2-е изд. ; стер. - Москва : Академия, 2005. - 384 с.
6. Орешкова, М. Н. Численные методы: теория и алгоритмы : учебное пособие / М. Н. Орешкова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. – Архангельск : САФУ, 2015. – 120 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397
7. Пименов, В. Г. Численные методы : учебное пособие : в 2 ч. / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Ю.А. Меленцова. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – Ч. 2. – 107 с.
8. Численные методы : методические указания к лабораторным работам / Федеральное агентство по образованию, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Шуйский государственный педагогический университет", Кафедра математики и методики обучения ; авт.-сост. Л. В. Замогильнова. - 2-е изд. ; доп. - Шуя : Изд-во ГОУ ВПО "ШГПУ", 2009. - 54 с.

Интернет-ресурсы:
https://resh.edu.ru/Портал Российская электронная школа

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:
ЭБС «Университетская библиотека онлайн»;
Коллекция Шуйского филиала ИвГУ на национальном цифровом ресурсе «Руконт».

Программное обеспечение:
В процессе изучения дисциплины используются офисные пакеты Microsoft Office, Open Office, программа для просмотра и чтения файлов PDF Adobe Acrobat Reader DC, программа для воспроизведения флэш-анимации в браузерах Adobe Flash Player, вэб-обозреватели Google Chrome, Opera, Антивирус Касперского, 1С университет.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории.
2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
3. Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
4. Помещение для самостоятельной работы, оснащенное специализированной мебелью, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
5. Учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: электронные презентации, доступ к графическим средствам построения графиков функций в различных системах координат.

Автор рабочей программы дисциплины: А.С. Кашицын, профессор кафедры математики, информатики и методики обучения, доктор физико-математических наук, доцент.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математики, информатики и методики обучения «19» февраля 2025 г., протокол № 8.

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ А.С. Зинченко
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ А.С. Зинченко
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ А.С. Зинченко
(подпись)

Приложение 1.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для освоения дисциплины «Численные методы» необходимо изучить теоретический материал в соответствии с разделами тематического плана дисциплины и списком учебной литературы, а также выполнить необходимый объем практических заданий для самостоятельной работы, отвечающий за формирование основных компонент профессиональных компетенций в соответствии с содержанием учебной дисциплины, соотнесенным с видами и объемом учебных занятий. Содержание заданий для самостоятельной работы обучающихся является вариативной частью программы и может изменяться от одного учебного года к другому. Далее приводятся примерные задания для самостоятельной работы обучающихся по разделам тематического плана изучения дисциплины.

Примерные задания для практической работы

Практическое занятие №1

Метод деления отрезка пополам

1. Определить интервалы, на которых имеют место корни уравнения$x^3–9x^2+15x+10=0$
2. Методом деления отрезка пополам точностью 0,001 найти корни уравнения $x^3–9x^2+15x+10=0$
3. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению данной задачи.
4. Сделать отчет о проделанной работе.

Задания для самостоятельной работы

1. Отделить корни уравнения $f(x)=0$. Построить график функции $y=f(x)$ в соответствующем интервале значений аргумента.
2. Методом деления отрезка пополам найти корни уравнения$f(x)=0$ с точностью 0,001.
3. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи.

№ вар.	а)	б)	в)
1.	$f(x) = 2x^3 – 9x^2 + 12x – 9$	$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$	$f(x) = (2x + 3)e^{-2(x+1)}$
2.	$f(x) = 2 – 3x^2 – x^3$	$f(x) = \frac{6\sqrt[3]{6(x-3)^2}}{x^2-2x+9}$	$f(x) = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$
3.	$f(x) = 2x^3 – 3x^2 – 4$	$f(x) = \frac{-6\sqrt[3]{6x^2}}{x^2+4x+12}$	$f(x) = 3ln\frac{x}{x-3} - 1$
4.	$f(x) = 3x^2 – 2 – x^3$	$f(x) = \sqrt[3]{x(x + 2)}$	$f(x) = (3 - x)e^{x-2}$
5.	$f(x) = 2x^3 + 3x^2 – 5$	$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4x + 3}$	$f(x) = \frac{e^{2-x}}{2-x}$
6.	$f(x) = 2 – 12x^2 – 8x^3$	$f(x) = 6\sqrt[3]{(x - 2)^2} - 4x + 8$	$f(x) = ln\frac{x}{x+2} + 1$
7.	$f(x) = 16x^3 – 36x^2 + 24x – 9$	$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 6x + 8}$	$f(x) = (x - 2)e^{3-x}$
8.	$f(x) = (6x^2 – x^3 – 16)/8$	$f(x) = \frac{-3\sqrt[3]{6(x+2)^2}}{x^2+8x+24}$	$f(x) = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$
9.	$f(x) = (11 + 9x – 3x^2 – x^3)/8$	$f(x) = \sqrt[3]{x(x - 2)}$	$f(x) = 3 - 3ln\frac{x}{x+4}$
10.	$f(x) = 16x^3 + 12x^2 – 5$	$f(x) = \frac{-3\sqrt[3]{6(x+1)^2}}{x^2+6x+17}$	$f(x) = -(2x + 1)e^{2(x+1)}$
11.	$f(x) = 2x^3 – 9x^2 + 18x – 5$	$f(x) = 3x - 2\sqrt[3]{x^2}$	$f(x) = (x - 3)e^{4-x}$

12.	$f(x) = 2 - 3x^2 - 2x^3 + x$	$f(x) = \frac{7\sqrt[3]{6(x-5)^2}}{x^2-2x+8}$	$f(x) = \frac{e^{3(x+1)}}{3(x+1)}$
13.	$f(x) = (3x^2 - x^3 - 8)/2$	$f(x) = \frac{-6\sqrt[3]{6x^2}}{x^2+4x+12}$	$f(x) = (3-5x)e^{3x-2}$
14.	$f(x) = 7 - 10x^2 - 5x^3$	$f(x) = \sqrt[3]{x(2x+3)}$	$f(x) = ln\frac{3x}{2x+5} + 2$

Практическое занятие №2
Метод золотого сечения, метод Ньютона

5. Методом золотого сечения и методом Ньютона с точностью 0,001 найти корни уравнений:

1	$x^3-7x^2+14x+11=0$	4	$2x^3-7x^2+14x+10=0$	7	$x^3-8x^2+13x+13=0$	10	$3x^3+7x^2+14x+11=0$
2	$x^3+7x^2+13x+12=0$	5	$2x^3-7x^2+13x+10=0$	8	$2x^3+8x^2+13x+17=0$	11	$x^3+7x^2+13x+14=0$
3	$x^3+7x^2+14x+11=0$	6	$2x^3-2x^2+13x+11=0$	9	$3x^3-8x^2+13x+13=0$	12	$2x^3+7x^2+18x+17=0$

6. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи.
7. Сравнить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи методом деления отрезка пополам, методом золотого сечения и методом Ньютона.
8. Сделать вывод.

Задания для самостоятельной работы

1. Методом золотого сечения и методом Ньютона найти корни уравнения$f(x)=0$ с точностью 0,001

1	$3x^3-2x^2+14x-2,1=0$	4	$x^3+5,1x^2+12x-10=0$	7	$x^3-8x^2+13x+13=0$	10	$3x^3+lnx^2+14x+11=0$
2	$x^3+x^2+13x+12=0$	5	$2x^3+7x^2+21x-10=0$	8	$8x^3+7x^2+12x+17=0$	11	$4x^3+7x^2+x+14=0$
3	$5x^3+7x^2+12x+2=0$	6	$2x^3-12x^2+7x+11=0$	9	$4x^3-8x^2+13x-10=0$	12	$3x^3+8x^2+11x-12=0$

2. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи.
3. Сравнить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи методом деления отрезка пополам, методом золотого сечения и методом Ньютона. Сделать вывод.

Практическое занятие №3
Метод секущих решения нелинейных алгебраических уравнений

1. Методом секущих точностью 0,001 найти корни уравнения $x^3-10x^2+8x+3=0$. Подстановка в рекуррентную формулу метода Ньютона вместо производной конечной разности приводит к рекуррентной формуле метода секущих:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)\cdot(x_{n-1} - x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

2. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи.
3. Сравнить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи методом деления отрезка пополам, методом золотого сечения и методом Ньютона.
4. Сделать вывод.

Задания для самостоятельной работы

1. С точностью 0,001 методом секущих найти корни уравнений в соответствии с таблицей вариантов:

Вариант	**а)**	**б)**

1.	$\cos 3x - 2{,}5x^2 - 9{,}8x - 2{,}5 = 0$	$2\ln x - x + 2 = 0$
2.	$x^2 - 0{,}9x - 0{,}5 + 10{,}2\cos x = 0$	$2x - \ln x - 3 = 0$
3.	$\sin 3{,}5x - 2{,}5x^2 - x - 2 = 0$	$2\sin x^2 - 1{,}2x^3 + 2x^2 - 2{,}3 = 0$
4.	$\cos 2{,}7x - 0{,}25x^2 - 8{,}9x - 1{,}5 = 0$	$\sin^3 x - 0{,}2x^3 + x^2 - 1{,}5 = 0$
5.	$2\cos^2 5x - 5x^3 - 15x^2 + 5 = 0$	$x^{4/3} - x^3 + x^2 - 1{,}5x - 2 = 0$
6.	$\cos^2 2x - 0{,}25x^2 - 10x - 15 = 0$	$x^{4/3} - x^3 + x^2 - 1{,}5x - 2 = 0$
7.	$0{,}5^x - (x-2)^2 + x - 1 = 0$	$0{,}5x - 3\ln x - 0{,}2 = 0$
8.	$\cos 5x - 5x^2 - 3x - 2{,}5 = 0$	$2\ln x - x + 2 = 0$
9.	$2x^2 - 0{,}7x - 0{,}2 + \cos x = 0$	$x - \ln x + 2 = 0$
10.	$\sin^2 x - 2x^3 - x^2 - 2x = 0$	$2x^{2/3} - 3x^3 + x^2 - x - 1 = 0$
11.	$\sin 2x - 0{,}2x^2 - 5x - 1{,}5 = 0$	$x^{5/3} - x^3 + x^2 - x - 1 = 0$
12.	$2\cos^2 5x - 5x^3 - 15x^2 + 5 = 0$	$x^{1/3} - x^3 + x^2 - 1{,}5x - 2 = 0$
13.	$\cos^2 2x - 0{,}25x^2 - 10x - 15 = 0$	$x^{4/3} - x^3 + x^2 - 1{,}5x - 2 = 0$
14.	$0{,}5^x - (x-2)^2 + x - 1 = 0$	$0{,}5x - 3\ln x - 0{,}2 = 0$

2. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи.
3. Сравнить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи различными методами. Сделать вывод.

Практическое занятие №4

Численные методы поиска экстремумов функций одной переменной

1. Методом деления отрезка пополам и методом Ньютона с точностью 0,001 найти экстремумы функции $y=x^3-10x^2+8x+3$
2. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи различными методами при одинаковых начальных условиях.
3. Сделать вывод.

Задания для самостоятельной работы

4. Определить область определения функций в соответствии с вариантом.
5. Методом деления отрезка пополам и методом Ньютона точностью 0,01 найти экстремумы функций.

Вариант	**б)**	**в)**
1.	$f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$	$f(x) = (2x+3)e^{-2(x+1)}$
2.	$f(x) = \frac{6\sqrt[3]{6(x-3)^2}}{x^2-2x+9} - 1$	$f(x) = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$
3.	$f(x) = \frac{-6\sqrt[3]{6x^2}}{x^2+4x+12}$	$f(x) = -\frac{1}{x}\ln x$
4.	$f(x) = \sqrt[3]{x(x+2)}$	$f(x) = (3-x)e^{x-2}$

5.	$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4x + 3}$	$f(x) = \frac{e^{2-x}}{2-x}$
6.	$f(x) = 6\sqrt[3]{(x-2)^2} - 4x + 8$	$f(x) = \ln\frac{2x}{x+2} - 2x$
7.	$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 6x + 8}$	$f(x) = (x-2)e^{3-x}$
8.	$f(x) = \frac{-3\sqrt[3]{6(x+2)^2}}{x^2+8x+24} - 2$	$f(x) = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$
9.	$f(x) = \sqrt[3]{x(x-2)}$	$f(x) = x^2e^{-x}$
10.	$f(x) = \frac{-3\sqrt[3]{6(x+1)^2}}{x^2+6x+17} - 1{,}5$	$f(x) = -(2x+1)e^{2(x+1)}$
11.	$f(x) = 3x - 2\sqrt[3]{x^2}$	$f(x) = (x-3)e^{4-x}$
12.	$f(x) = \frac{7\sqrt[3]{6(x-5)^2}}{x^2-2x+8} - 1$	$f(x) = \frac{e^{3(x+1)}}{3(x+1)}$
13.	$f(x) = \frac{-6\sqrt[3]{6x^2}}{x^2+4x+12} - 2$	$f(x) = (3-5x)e^{3x-2}$
14.	$f(x) = \sqrt[3]{x(2x+3)}$	$f(x) = ln\frac{3x}{2x+5} - 2x$

6. Построить графики функций в окрестности экстремумов.
7. Определить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи каждым из методов.
8. Сравнить число вычислительных действий, приводящих к решению задачи различными методами. Сделать вывод.

Практическое занятие №5. Численное интегрирование

1. С точностью 0,001 методом прямоугольников с правыми, левыми и центральными ординатами найти значение интеграла $\int_0^3 x^2e^{-x}dx$.
2. С точностью 0,01 методом трапеций найти значение интеграла $\int_0^3 x^2e^{-x}dx$.
3. С точностью 0,01 методом Симпсона найти значение интеграла $\int_0^3 x^2e^{-x}dx$.
4. Сделать вывод по работе.

Задания для самостоятельной работы

1. Сравнить результаты вычисления определенных интегралов функций различными численными методами в соответствии с таблицей вариантов:

№	Функция		Функция		Функция
1	x^3e^{-x}	2	xe^{-x}	3	x^3e^{-2x}
4	x^2e^{-2x}	5	x^4e^{-x}	6	$\sin(x)e^{-x}$
7	$\cos(x)e^{-x}$	8	$\sin(x)e^{-2x}$	9	x^3e^{-3x}
10	xe^{-3x}	11	x^2e^{-5x}	12	x^5e^{-3x}

Практическое занятие №6. Численное дифференцирование

1. Определить область определения и построить график функции $f(x)=4\cos^2(2x)+3x^4-x^3+\ln(x)$.
2. На одной диаграмме построить графики зависимости от *x*первой производной этой функции вычисленной аналитически и численно.

Задание для самостоятельной работы

1. Определить область определения функции в соответствии с таблицей вариантов и построить график функции в области ее определения.
2. Вычислить аналитически и определить интервалы непрерывности первой и второй производной функции в соответствии с таблицей вариантов.
3. На одной диаграмме построить графики зависимости от *x* в первой производной этой функции, вычисленной аналитически и численно в соответствующей области определения.
4. Провести аналогичные построения для второй производной указанной функции в области ее определения.

Вариант	Функция	Вариант	Функция
1	$f(x)=\sin^3(x)+x^{\frac{3}{4}}-x^3+\frac{\ln(x)}{\sin^2(x)}$	5	$f(x)=2\sin^2(3x)+x^{\frac{1}{4}}-x^2+\frac{\ln^2(x)}{\sin^2(x)}$
2	$f(x)=tg(2x)-x^4+x^2+\frac{\ln(x)}{\cos^2(x)}$	6	$f(x)=\cos^2(5x)+\sqrt[3]{x}+e^{-2x}$
3	$f(x)=x^3e^{-3x}-5x^2+\frac{\ln(x)}{\cos^2(x)}$	7	$f(x)=xe^{-x}+x^4-x^2+7\ln(2x)$
4	$f(x)=e^{-3x}\sin^3(5x^2)-3x^3$	8	$f(x)=x^2e^{-3x}-2x^3+2x^2-\ln(x^2)$

Практическое занятие №7
Интерполяционный полином Лагранжа

1. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функции, заданной таблично:

i	0	1,2	2,5	3,1	4,5
x_i	-2	-1,5	0,2	1	2,1
y_i	2	-1	0	2	5

2. Привести точки x_i, y_iи график полинома на плоскости *x*, *y*.

Задание для самостоятельной работы

1. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функции, заданной таблично (коэффициенты рассчитать с точностью 5 значащих цифр):

Вариант 1.

i	0	1,1	2,8	3,1	4,5
x_i	-5	-2	-1,5	1	2,5
y_i	-2	-1	1	2	5

Вариант 2.

i	0	0,9	2,1	3,5	4,1
x_i	-7	-2	-1	1	2
y_i	-5	1	1,5	2	5

Вариант 3.

i	0	1	1,9	2,8	3,9
x_i	-2	-1	1	2	3
y_i	-5	1	3	2	5

Вариант 4.

i	0	1,2	2,8	3,0	4,5
x_i	0	1	3	5	6
y_i	-5	1	3	2	5

Вариант 5.

i	0	1,1	1,6	2,9	4,1
x_i	-1,5	-0,5	1	1,5	4
y_i	-5	0	3	2	5

Практическое занятие №8
Интерполяционный полином Ньютона

3. Построить интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблично:

i	0	1	2	3	4
x_i	-2	-1,5	-1	-0,5	0
y_i	2	-1	0	2	5

4. Привести точки x_i, y_iи график полинома на плоскости x, y.

Задание для самостоятельной работы

2. Построить интерполяционный полином Ньютона для функции, заданной таблично (коэффициенты рассчитать с точностью 5 значащих цифр):

Вариант 1.

i	0	1	2	3	4
x_i	-5	-3	-1	1	3
y_i	-2	-1	1	2	5

Вариант 2.

i	0	1	2	3	4
x_i	-7	-4	-1	2	5
y_i	-5	1	1,5	2	5

Вариант 3.

i	0	1	2	3	4
x_i	-1	1	3	5	7
y_i	-5	1	3	2	5

Вариант 4.

i	0	1	2	3	4
x_i	0	1	2	3	4
y_i	-5	1	3	2	5

Вариант 5.

i	0	1	2	3	4
x_i	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5
y_i	-5	0	3	2	5

Практическое занятие №9
Аппроксимация данных

1. Получить математические выражения для вычисления коэффициентов квадратичной аппроксимации данных.
2. Построить аппроксимирующий полином второй степени (m=2) для данных, приведенных в таблице:

x_i	1,2	1,9	2,7	4,2	5,1	6,4	6,9	8,3	9,1	10
y_i	0,9	4,2	5,9	7,2	7,6	7,4	6,9	6,2	4,5	2,4

3. Привести точки x_i, y_iи график аппроксимирующей функции на плоскости x, y.
4. Вычислить величину суммы квадратов отклонений S.

Задание для самостоятельной работы

1. Получить математические выражения для расчета коэффициентов линейной и квадратичной аппроксимации данных.

2. Построить аппроксимирующий полином первой и второй степени для данных, приведенных в таблице:

Вариант 1.

x_i	1,1	1,8	2,5	3,6	4,2	5,1	5,8	6,7	7,7	8,5
y_i	1,31	-0,14	-1,3	-2,07	-2,6	-2,7	-2,58	-2,1	-1,3	0,2

Вариант 2.

x_i	-3	-2,5	-2,1	-1,8	-1,5	-1	-0,6	-0,3	0,5	1,1
y_i	2,3	1,9	1,7	1,5	1,35	1,3	1,45	1,51	1,75	2,2

Вариант 3.

x_i	0,75	1,15	1,55	1,95	2,35	2,75	3,15	3,55	3,95	4,35
y_i	2,81	1,95	1,62	1,11	0,95	0,81	1,12	1,17	1,65	2,45

Вариант 4.

x_i	-0,8	-0,55	-0,3	-0,05	0,2	0,45	0,7	0,95	1,2	1,45
y_i	0,61	0,89	1,33	1,58	1,63	1,85	1,81	1,62	1,38	0,95

Вариант 5.

x_i	0,12	0,62	1,12	1,62	2,12	2,62	3,12	3,62	4,12	4,62
y_i	4,2	5,1	5,7	5,9	5,5	5,2	4,3	2,9	1,1	-1,2

3. Привести точки x_i, y_iи графики аппроксимирующих функций.
4. Вычислить величину суммы квадратов отклонений S для линейной и квадратичной аппроксимаций данных.

Практическое занятие №10
Решение систем уравнений численными методами

1. Найти решение системы линейных уравнений аналитически и численными методами с точностью 0,001:

$$\begin{cases} 4x_1 + 0{,}25x_2 - 0{,}02x_3 = 9 \\ 0{,}1x_1 + 2x_2 - 0{,}2x_3 = 5 \\ 0{,}35x_1 - 0{,}21x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$$

2. Найти корни системы нелинейных уравнений $\begin{cases} \sin(x+y) - y = 1{,}2 \\ 2x + \cos(y) = 2 \end{cases}$
3. Найти корни системы нелинейных уравнений $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5 \\ \sin(x) + 2y = 2 \end{cases}$

Задание для самостоятельной работы

1. Найти решение системы линейных уравнений аналитически и численными методами с точностью 0,001:

$$\begin{cases} 2x_1 + 0{,}15x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 0{,}5x_3 = 7 \\ 0{,}31x_1 - 0{,}51x_2 + 2x_3 = 21 \end{cases}$$

2. Найти корни системы нелинейных уравнений $\begin{cases} \sin(x) + 2y = 2 \\ \cos(x) + y = 1{,}5 \end{cases}$
3. Найти корни системы нелинейных уравнений $\begin{cases} \cos(x) + y = 1{,}5 \\ 2x - \sin(y - 0{,}5) = 1 \end{cases}$
4. Найти корни системы нелинейных уравнений $\begin{cases} \sin(x + 1{,}5) - y = -2{,}9 \\ \cos(y - 2) + x = 0 \end{cases}$
5. Найти корни системы нелинейных уравнений $\begin{cases} \cos(x + 0{,}5) + y = 0{,}8 \\ \sin(y) - 2x = 1{,}6 \end{cases}$

Практическое занятие №11

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

4. Методами Эйлера и методом Рунге-Кутта третьего порядка на отрезке [-1, 1]найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения

$$y' = (y + x)^2$$
$$y(0) = 0$$

Полученное решение сравнить с аналитическим (использовать замену переменных $u(x) = x + y(x)$.

5. Методом Эйлера на отрезке [0, 5] найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения:

$$y'' + 2y' + 4y = x^2$$
$$y(0) = 0$$
$$y'(0) = 1$$

Задание для самостоятельной работы

1. Модификациями метода Эйлера на отрезке [-1, 1]найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения

$$y' = (y + x)^2$$
$$y(0) = 0$$

Сравнить полученные результаты графически.

Практическое занятие №12
Метод покоординатного спуска

1. Найти стационарные точки функции $f(x, y) = x^3 + y^2 + xy - x + 2$.
2. Построить график функции $f(x, y) = x^3 + y^2 + xy - x + 2$ в окрестности стационарных точек.
3. Методами покоординатного и градиентного спуска с точностью 0,001 найти минимум функции $x^3 + y^2 + xy - x + 2$

Для реализации метода покоординатного спуска в MS Excel необходимо реализовать следующий алгоритм вычислений:

1. Выбрать начальную точку (x_0, y_0), погрешность вычислений (ε) и шаг по координатам.
2. Вычислить $f(x_0, y_0)$
3. Вычислить приращение по x: $x_1=x_0+\Delta x$.
4. Вычислить приращение функции: $f(x_1, y_0)-f(x_0, y_0)$.
5. Применяя вложенные операторы ЕСЛИ, вычислить x_2 по следующему алгоритму:

если приращение функции $f(x_1, y_0)-f(x_0, y_0) < 0$, то $x_2 = x_1$, иначе, если приращение функции > 0, то $x_2 = x_1 - \Delta x$, иначе, если приращение функции = 0, то $x_2 = x_0$.

6. Вычислить $f(x_2, y_0)$.
7. Вычислить приращение по y: $y_1 = y_0 + \Delta y$.
8. Вычислить приращение функции при изменении y: $f(x_2, y_1)-f(x_2,y_0)$.

Все вычисления записать в первую строчку таблицы, начиная с n=0:

x_n	y_n	$f(x_n,y_n)$	$x_{n+1} = x_n+\Delta x$	$f(x_{n+1}, y_0)- f(x_0,y_0)$	x_{n+2}	$f(x_{n+2}, y_0)$	$y_{n+1} = y_n+ \Delta y$	$f(x_{n+2}, y_{n+1})- f(x_{n+2},y_0)$	Признак окончания вычислений

Во вторую строчку таблицы записать:

1. Ссылку на ячейку с текущим значением x_2.
2. Применяя вложенные операторы ЕСЛИ, вычислить y_2 по следующему алгоритму:Если приращение функции < 0, то $y_2 = y_1$, иначе, если приращение функции > 0, то $y_2 = y_0 - \Delta y$, иначе, если приращение функции = 0, то $y_2 = y_0$.
3. В ячейки последнего столбца “Признак окончания вычислений” записать: ЕСЛИ вычисленное значение функции f (x_n, y_n) в предыдущей ячейке третьего столбца больше предшествующего, то соответствующие значения аргументов являются точкой минимума функции, иначе в ячейках следует писать пробел.
4. Выделить ячейки первой строки третьего и последующих столбцов таблицы и “протянуть” их на необходимое число строк (до появления информации в ячейках последнего столбца таблицы).

Для удобства наблюдения за результатами вычислений верхнюю область таблицы следует “закрепить” от перемещения при прокрутке. Для этого необходимо поместить курсор во вторую строчку таблицы и в меню “Вид” выбрать вкладку “Закрепить области”. Для поиска экстремума функции с заданной точностью можно изменять эту величину, начиная с больших значений и постепенно уменьшая до заданной величины, изменяя одновременно значения x_0, y_0 в первой строчке первого столбца таблицы.

Задания для самостоятельной работы

1. Аналитическим методом и методом покоординатного спуска с точностью 0,01 найти экстремумы функций:

1.	$f(x,y)=3x^3+y^2+4xy-x+2$	2.	$f(x,y)=x^2+y^2+xy-x+1$
3.	$f(x,y)=x^3+8y^3-6xy+1$	4.	$f(x,y)=x^3+y^2+xy-x+2$
5.	$f(x,y)=3x^2+xy+2y^2-x-4y$	6.	$f(x,y)=-x^2-y^2-xy+3x+6y$
7.	$f(x,y)=y^2+2xy-4x-2y-3$	8.	$f(x,y)=x^2+y^2-xy+9x-6y+20$
9.	$f(x,y)=y\sqrt{x}-2y^2-x+14y$	10.	$f(x,y)=3xy-4x-8y$

Практическое занятие №13
Решение задач линейного программирования

1. Графическим методом найти экстремумы функции $F=4x_1+7x_2+6$ при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1-3x_2\le 6 \\ x_1+x_2\le 10 \\ 2x_1+2x_2\ge 3 \\ 2x_1-x_2\ge 0 \\ x_1\le 5 \end{cases}$$

2. Для изготовления четырех видов продукции используются три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода на единицу продукции и получаемая прибыль от реализации единицы продукции приведены в таблице:

Вид сырья	Нормы расхода на единицу продукции				Запасы сырья
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	
$С_1$	4	2	1	8	1200
$С_2$	2	10	6	0	600
$С_3$	3	0	6	1	1500
Прибыль (ед.)	15	6	12	24	

Определить оптимальный план выпуска продукции, при котором прибыль, получаемая от ее реализации будет максимальной.

Задания для самостоятельной работы

1. Графическим методом найти экстремумы функций ($x_1>0$; $x_2>0$):

Вариант	Функция	Условия	Экстремум
1.	$F=x_1+x_2$	$\begin{cases} 2x_1+4x_2\le 16 \\ -4x_1+2x_2\le 8 \\ 2x_1+4x_2\ge 9 \end{cases}$	Максимум
2.	$F=x_1+x_2$	$\begin{cases} x_1+2x_2\le 14 \\ -5x_1+3x_2\le 15 \\ 4x_1+6x_2\ge 24 \end{cases}$	Минимум

3.	$F = x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \le 12 \\ -x_1 + 3x_2 \le 6 \\ 2x_1 + 4x_2 \ge 16 \end{cases}$	Максимум
4.	$F = -2x_1 + x_2$	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \le 12 \\ -x_1 + 2x_2 \le 8 \\ 2x_1 + 3x_2 \ge 6 \end{cases}$	Минимум
5.	$F = 2x_1 + x_2$	$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 6 \\ 2x_1 + x_2 \ge 4 \\ x_1 - 2x_2 \le 4 \\ x_1 + x_2 \le 10 \end{cases}$	Максимум
6.	$F = 2x_1 + 3x_2 + 1$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ 2x_1 - x_2 \ge -2 \\ 0 \le x_1 \le 4 \\ 0 \le x_2 \le 4 \end{cases}$	Максимум
7.	$F = 15x_1 + 21x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 4 \\ 2x_1 + x_2 \le 6 \\ x_1 + 2x_2 \le 6 \end{cases}$	Максимум

2. Составить условие задачи по изготовлению 5 видов продукции из 4 видов сырья. Смоделировать запасы сырья, нормы его расхода на единицу продукции и получаемую прибыль от реализации единицы продукции. Определить оптимальный план выпуска продукции, при котором прибыль, получаемая от ее реализации будет максимальной.

Практическое занятие №15. Транспортная задача

1. Имеются четыре поставщика и четыре потребителя товара. Известна стоимость перевозки единицы товара от каждого поставщика к каждому потребителю. Найти объемы перевозки для каждой пары «поставщик-потребитель» так, чтобы суммарные затраты на перевозку были бы минимальны, запасы поставщиков и потребности потребителей удовлетворены полностью. Данные поставок приведены в таблице:

Поставщики	Потребители				Запасы поставщиков
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	2	4	2	200
A_2	2	3	1	5	100
A_3	1	5	7	2	160
A_4	2	3	4	1	140
Спрос потребителей	120	170	100	210	

Задания для самостоятельной работы

1. Во время уборки требуется перевозить зерно с пяти полей на три сушильно-сортировальных агрегата. Требуется составить такой план перевозки зерна, чтобы общий объем перевозок в тонно-километрах был минимальным. Количество поступающего с полей зерна, расстояния от полей до сушильно-сортировочных пунктов и количество перерабатываемого зерна каждым пунктом выбрать самостоятельно.